

## **RELACIONES DE PROPIEDAD CRUZADAS EN MERCADOS OLIGOPOLÍSTICOS**

Diego Moreno

### **Resumen**

---

En la teoría clásica del oligopolio, los efectos de la concentración sobre el equilibrio de mercado y el bienestar de consumidores y productores se estudian atendiendo exclusivamente al número y tamaño de las empresas en la industria, e ignorando las relaciones de propiedad entre las mismas. El análisis del modelo de Cournot ampliado para incorporar las relaciones de propiedad revela que la existencia de relaciones cruzadas de propiedad entre las empresas de una misma industria tiene un efecto anticompetitivo significativo sobre el precio, la producción, los beneficios, el excedente y el grado de concentración de una industria, incluso cuando las empresas participadas retienen su independencia operativa. Se propone una modificación del índice de Herfindahl-Hirschman que incorpora las relaciones de propiedad en la industria como determinante del grado de concentración, y que retiene las propiedades y la interpretación del índice estándar.

---

**Palabras Clave:** oligopolio, Cournot, relaciones de propiedad, concentración, barreras a la entrada.

\* El autor agradece a la Comisión Nacional del Sistema Eléctrico la financiación del proyecto de investigación "Competencia en el Sector Eléctrico Español: Efectos sobre el Bienestar y la Competitividad", del que este estudio forma parte.

# 1 Introducción

En la teoría clásica del oligopolio, los efectos de la concentración sobre el equilibrio de mercado y el bienestar de consumidores y productores se estudian atendiendo exclusivamente al número y tamaño de las empresas en la industria, e ignorando las relaciones de propiedad entre las mismas. La existencia de relaciones de propiedad “cruzadas” entre las empresas de una industria (es decir, la existencia de participaciones de unas empresas en la propiedad de otras empresas con las que compiten en el mercado) suelen ser ignoradas cuando éstas no impliquen la fusión de dos o más empresas. En la práctica, se ha sugerido incluso que la participación de unas empresas por otras empresas del sector no supone pérdida de competitividad siempre que las empresas participadas retengan su independencia operativa<sup>1</sup>.

Las razones que justifican la existencia de participaciones de una empresa en la propiedad de otra u otras empresas que operan en el mismo mercado son las mismas que justifican las fusiones: las reducciones de costes, la diversificación de riesgos, o simplemente la mejora de la reputación o de la credibilidad. El efecto anticompetitivo de las fusiones es bien conocido. Sin embargo, el impacto de la existencia de relaciones de propiedad cruzadas entre empresas de una misma industria sobre el equilibrio de mercado ha sido menos estudiado.

En este trabajo se estudian los efectos cualitativos de la existencia de relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de una industria en el contexto de un modelo de Cournot ampliado para incluir las relaciones de propiedad como parámetros exógenos del modelo<sup>2</sup>. El modelo de Cournot es útil para analizar los efectos de cambios en la estructura de una industria en una variedad de contextos que incluye aquellos en

---

<sup>1</sup>En 1996 una empresa del sector eléctrico español, Endesa, adquirió un porcentaje sustancial de la propiedad de otras dos empresas del sector, Fecsa y Sevillana, que efectivamente le proporcionaban su control operativo. Las objeciones del regulador a la autorización de esta operación por parte del gobierno fueron desestimadas porque Endesa se comprometió a mantener la independencia operativa de Fecsa y Sevillana.

<sup>2</sup>Otros autores, por ejemplo Malueg (1992), estudian la influencia de las relaciones cruzadas sobre los incentivos de las empresas a un comportamiento (tácitamente) colusivo en un contexto dinámico.

los que los precios también son una variable de decisión de las empresas<sup>3</sup>, e incluso aquellos en los que las empresas compiten vía funciones de oferta<sup>4</sup>.

El análisis del modelo de Cournot ampliado para incorporar las relaciones de propiedad revela que la existencia de relaciones cruzadas de propiedad entre las empresas de una misma industria tiene un efecto anticompetitivo significativo sobre el precio, la producción, los beneficios, el excedente y el grado de concentración de una industria, incluso cuando las empresas participadas retienen su independencia operativa. La razón es sencilla: cuando una empresa con poder de mercado participa de la propiedad de otra empresa de su mismo sector, su función objetivo se ve alterada de manera fundamental; un aumento de su producción implica una reducción del precio que supone no sólo una reducción de sus ingresos, sino también una reducción de los ingresos de las empresas en cuya propiedad participa. La maximización de beneficios requiere por tanto internalizar los efectos de sus acciones sobre los beneficios estas empresas, independientemente de que ejerza o no su control operativo.

Los resultados obtenidos son inequívocos: la existencia de relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de una misma industria resultan en precios y márgenes precio-coste marginal más altos, y en niveles de producción y excedente totales más bajos. Ejercicios numéricos revelan que estos efectos son de una magnitud significativa. Los ejercicios de estática comparativa son también concluyentes: cuanto mayores son la participaciones de las empresas en otras empresas de la industria, mayores son los precios y márgenes precio-coste marginal, y menores son la producción y el excedente totales. Así pues, los efectos de un aumento de las participaciones son similares a los de un aumento de la concentración.

Las medidas de concentración estándar no tienen en cuenta la existencia de relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de una industria. Para paliar esta deficiencia se propone una modificación del índice de Herfindahl-Hirschman que incorpora las participaciones de cada empresa en otras empresas de la industria como un determinante del grado de concentración, y que retiene las propiedades y la interpretación del índice estándar.

---

<sup>3</sup>Véase Kreps y Scheinkman (1983).

<sup>4</sup>Véase Delgado y Moreno (1999), y Moreno (1999).

Finalmente, se demuestra que la existencia de relaciones de propiedad cruzada incentiva la inversión en la creación de barreras a la entrada. Ejercicios de estática comparativa muestran que la inversión en barreras a la entrada es una función creciente de la magnitud de las participaciones de unas empresas en otras empresas del sector.

## 2 Relaciones de propiedad en el modelo de Cournot

Consideremos una industria oligopolística en la que  $n$  empresas compiten en la producción de un bien homogéneo. Supondremos que la función (inversa) de demanda  $P(q)$ , que nos proporciona el precio de equilibrio de mercado en función de la producción total de las empresas en la industria,  $q = \sum_{j=1}^n q_j$ , es decreciente, cóncava y continuamente diferenciable. Por simplicidad, supondremos también que la tecnología existente (la misma para todas las empresas) permite producir el bien a un coste marginal constante,  $c$ . Finalmente, para evitar un equilibrio trivial, supondremos que  $c < P(0)$ .

Las relaciones de propiedad en la industria se describen mediante el vector de parámetros  $\theta$ , que para cada  $i$  y cada  $k \neq i$  indica la participación de la Empresa  $i$  en la propiedad de la Empresa  $k$ . Estas participaciones se expresan en términos porcentuales, de manera para cada  $i \in \{1, \dots, n\}$  y cada  $k \in \{1, \dots, n\} \setminus \{i\}$ ,  $\theta_{ik} \in [0, 1]$ .

Con el propósito de centrar el análisis en los efectos de la existencia de relaciones de propiedad cruzadas, se supone que todas las empresas mantienen su independencia operativa, sean quienes sean los propietarios de la empresa<sup>5</sup>. Evidentemente, este supuesto es apropiado siempre que ninguna empresa tenga una participación mayoritaria en otra empresa del sector. Situaciones de esta naturaleza pueden tratarse simplemente tomando a ambas empresas como un solo decisor.

El análisis que se realiza supone implícitamente que la dirección y la propiedad

---

<sup>5</sup>En interesante observar que en ocasiones, sin embargo, la fusión de dos empresas puede resultar en una reducción de los beneficios totales de éstas. Véase Salant, Switzer y Reynolds (1983).

de las empresas están efectivamente disociadas, de manera que el objetivo de la dirección de la empresa es maximizar el beneficio total de la misma. El beneficio total de una empresa incluye el beneficio obtenido a través de su actividad productiva, más los dividendos obtenidos por la participación de la empresa en los beneficios de otras empresas de la industria. Así, dada la producción de las empresas en el sector  $(q_1, \dots, q_n)$ , el beneficio total de la Empresa  $i$  viene dado por

$$(P(q) - c)q_i + \sum_{k \neq i} \theta_{ik}(P(q) - c)q_k.$$

Otros autores estudian el efecto de la existencia de relaciones cruzadas de propiedad sobre el equilibrio de mercado cuando cada empresa maximiza una función de beneficios distinta. Reynolds y Snapp (1986), por ejemplo, estudian el efecto de las relaciones de propiedad en un modelo análogo al que se presenta aquí, pero atribuyen a la empresa el objetivo de maximizar el beneficio proveniente de su actividad productiva de la empresa multiplicado por la proporción de la propiedad que retiene la propia empresa, más los dividendos obtenidos por la participación de la empresa en los beneficios de otras empresas de la industria. Es decir, el objetivo de la empresa es maximizar la función

$$(1 - \sum_{k \neq i} \theta_{ki})(P(q) - c)q_i + \sum_{k \neq i} \theta_{ik}(P(q) - c)q_k.$$

Sin embargo, atribuir este objetivo a la empresa implica suponer implícitamente que la empresa no trata de manera anónima a los accionistas, sino que favorece los intereses de aquellos accionistas que no detentan la propiedad de otras empresas del sector. Este tratamiento diferenciado es incompatible con el normas que regulan las sociedades anónimas, y contrasta con la práctica observada (sobre todo si se trata de grandes empresas).

En este modelo de Cournot ampliado para incorporar las relaciones de propiedad, cada empresa decide su producción resolviendo el problema

$$\max_{q_i} (P(q) - c)q_i + \sum_{k \neq i} \theta_{ik}(P(q) - c)q_k.$$

La condición de primer orden de maximización es

$$(p - c) + P'(q)q_i + P'(q) \sum_{k \neq i} \theta_{ik}q_k = 0. \quad (CPO_i)$$

La condición  $CPO_i$  revela que cada empresa determina su producción óptima teniendo en cuenta que un aumento de la producción en una unidad (infinitesimal) supone

- (1) un aumento del beneficio de la empresa igual al precio menos el coste de producción de esta unidad marginal ( $p - c$ )
- (2) una reducción del beneficio consecuencia de la reducción del precio de las unidades inframarginales producidas por la empresa ( $P'(q)q_i$ ),
- (3) una reducción del beneficio de las empresas participadas consecuencia de la reducción del precio de las unidades inframarginales producidas por estas empresas ( $P'(q) \sum_{k \neq i} \theta_{ik} q_k$ ).

En ausencia del tercer término, la ecuación  $CPO_i$  sería la habitual condición “ingreso marginal igual a coste marginal”. El tercer término indica que la empresa debe determinar su producción teniendo en cuenta que un aumento de su producción resulta en una reducción de los ingresos (y por tanto del beneficio) de las empresas en las que tiene participaciones; es decir, la empresa debe “internalizar” (al menos parcialmente) el efecto de sus decisiones sobre los beneficios de las empresas participadas.

La función de reacción de la empresa se obtiene a partir de la condición  $CPO_i$ , y viene dada por

$$q_i = -\frac{(p - c)}{P'(q)} - \sum_{k \neq i} \theta_{ik} q_k. \quad (R_i)$$

Así, la función de reacción de cada empresa incluye, en nuestro modelo, el término

$$- \sum_{k \neq i} \theta_{ik} q_k,$$

que no aparece en la función de reacción en el modelo estándar, y que “suaviza” la reacción de la empresa a los cambios en la producción de las demás empresas.

La condición de equilibrio de mercado es

$$P(q) = p. \quad (EM)$$

El equilibrio de Cournot  $(\bar{p}(\theta), \bar{q}_1(\theta), \dots, \bar{q}_n(\theta))$  se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones  $(R_1, \dots, R_n, EM)$ . Como veremos, la existencia de relaciones cruzadas de propiedad entre las empresas de una industria tiene un efecto negativo sobre la producción de las empresas y un efecto positivo sobre el precio de equilibrio de mercado.

Conviene observar que en el equilibrio de Cournot de este modelo ampliado el margen precio-coste marginal  $(\mu)$  de las empresas (el índice de Lerner), es superior al que resulta en el modelo estándar. Este hecho se deriva fácilmente obteniendo estos márgenes a partir de la ecuaciones  $R_i$  y  $EM$ . En el equilibrio de Cournot,  $(\bar{p}, \bar{q}_1, \dots, \bar{q}_n)$ , la elasticidad de la demanda es

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{p}}{\bar{q}} \frac{1}{P'(\bar{q})},$$

donde

$$\bar{q} = \sum_{i=1}^n \bar{q}_i$$

es la producción total. En este equilibrio, la cuota de mercado de la Empresa  $i$  ( $i \in \{1, \dots, n\}$ ) es

$$\bar{s}_i = \frac{\bar{q}_i}{\bar{q}}.$$

El margen precio-coste marginal de la Empresa  $i$  viene dado por

$$\begin{aligned} \mu_i &= \frac{\bar{p} - c}{\bar{p}} \\ &= -\frac{P'(\bar{q})}{\bar{p}} \bar{q}_i - \frac{P'(\bar{q})}{\bar{p}} \sum_{k \neq i} \theta_{ik} \bar{q}_k \\ &= \frac{1}{\bar{\varepsilon}} (\bar{s}_i + \sum_{k \neq i} \theta_{ik} \bar{s}_k). \end{aligned}$$

Así pues, el margen precio-coste marginal de una empresa depende de su cuota de mercado y de sus participaciones en las otras empresas del sector (ponderadas por la cuota de mercado de éstas). Obsérvese que el margen precio-coste marginal se incrementa en proporción directa a la cuota de mercado de la empresa y a su participación en otras empresas de la industria.

### 3 Efectos cualitativos de los cambios en las relaciones de propiedad

En esta sección se estudia la sensibilidad de los precios y de la producción frente a cambios en las relaciones de propiedad en la industria. Para facilitar la interpretación y discusión de los resultados, consideremos el caso de un duopolio, y denotemos  $\theta_{12} = \alpha$ ,  $\theta_{21} = \beta$ . El equilibrio de Cournot es la (única) solución al sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} P(q) &= p, \\ -P'(q)q_1 &= (p - c) + P'(q)\alpha q_2, \\ -P'(q)q_2 &= (p - c) + P'(q)\beta q_1. \end{aligned}$$

Supongamos que la Empresa 1 aumenta su participación en la propiedad de la Empresa 2 en la cantidad  $d\alpha > 0$ . Para determinar el efecto de este cambio sobre el equilibrio de mercado diferenciamos el sistema de ecuaciones anterior, y obtenemos

$$\begin{aligned} P'(dq_1 + dq_2) &= dp, \\ -P'dq_1 &= dp + P''(dq_1 + dq_2)(q_1 + \alpha q_2) + P'q_2 d\alpha + P'\alpha dq_2, \\ -P'dq_2 &= dp + P''(dq_1 + dq_2)(q_2 + \beta q_1) + P'\beta dq_1. \end{aligned}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones obtenemos

$$\frac{dq_1}{d\alpha} = -q_2 \frac{2P' + P''(\beta q_1 + q_2)}{P'(3 - \alpha\beta - \beta - \alpha) + P''(q_2 + q_1)(1 - \alpha\beta)}.$$

El signo de esta derivada es negativo (numerador y denominador son negativos). Por consiguiente, un aumento de la participación de la Empresa 1 en la propiedad de la Empresa 2 resulta en una reducción de la producción de la Empresa 1.

Puesto que la función de reacción de la Empresa 2 es decreciente respecto a la producción de la Empresa 1, el efecto del aumento de  $\alpha$  sobre la producción de la Empresa 2 es positivo, como corrobora el signo de la siguiente derivada,

$$\frac{dq_2}{d\alpha} = q_2 \frac{P'(1 + \beta) + P''(\beta q_1 + q_2)}{P'(3 - \alpha\beta - \beta - \alpha) + P''(q_2 + q_1)(1 - \alpha\beta)}.$$



El aumento de producción de la Empresa 2 es, sin embargo, inferior a la reducción de producción de la Empresa 1, y el efecto sobre la producción total es, por tanto, negativo, como puede comprobarse obteniendo la derivada de la producción total respecto a  $\alpha$ ,

$$\begin{aligned}\frac{dq}{d\alpha} &= \frac{dq_1}{d\alpha} + \frac{dq_2}{d\alpha} \\ &= -q_2 \frac{P'(1-\beta)}{P'(3-\alpha\beta-\beta-\alpha) + P''(q_2+q_1)(1-\alpha\beta)} < 0.\end{aligned}$$

Por consiguiente, el efecto sobre el precio de equilibrio debe ser positivo. Para comprobar este hecho obtenemos la derivada del precio con respecto a  $\alpha$  a partir de la condición de equilibrio de mercado (EM),

$$\frac{dp}{d\alpha} = -(P')^2 q_2 \frac{(1-\beta)}{P'(3-\alpha\beta-\beta-\alpha) + P''(q_2+q_1)(1-\alpha\beta)} > 0.$$

Así pues, *un aumento de la participación de la Empresa 1 en la propiedad de la Empresa 2 resulta en una reducción de la producción total y en un aumento del precio de equilibrio y, por tanto, en una disminución del excedente total*. Estos resultados cualitativos pueden extenderse a industrias con un número arbitrario de empresas.

## 4 Efectos cuantitativos de los cambios en las relaciones de propiedad

Para obtener una indicación del efecto cuantitativo de la existencia de participaciones cruzadas entre las empresas de una industria, evaluamos estos efectos en un "oligopolio lineal". Supongamos que la demanda viene dada por la función

$$D(p) = \begin{cases} 4-p & \text{si } p \leq 4, \\ 0 & \text{si } p > 4. \end{cases}$$

Supongamos también que el coste marginal es  $c = 1$ . En el equilibrio competitivo de esta industria el precio es  $p^* = 1$ , la producción es  $q^* = 3$ , y el excedente total<sup>6</sup> es  $W^* = 4.5$ .

---

<sup>6</sup>Para calcular el excedente total (suma de los excedentes de consumidores y productores), suponemos que los costes fijos son cero, de manera que el excedente de los productores es simplemente la suma de los beneficios de las empresas.

Para facilitar el ejercicio tratamos únicamente con estructuras de propiedad para las que  $\theta_{ik} = \alpha$ , para todo  $i \in \{1, \dots, n\}$  y para todo  $k \neq i$ . Así, el parámetro  $\alpha$  representa el porcentaje que cada empresa tiene de la propiedad de cada una de las otras empresas en el sector. Con estos supuestos, calculamos el precio, la producción total, el margen precio-coste marginal<sup>7</sup> y el excedente total, bajo supuestos alternativos sobre el número de empresas y las relaciones de propiedad en la industria. Los números entre paréntesis expresan los cambios en los niveles de precios, producción, márgenes y excedente para distintas estructuras de propiedad. Para precios, producción y márgenes precio-coste marginal se toman como referencia los valores en el equilibrio de Cournot cuando no existen relaciones cruzadas de propiedad (es decir, cuando  $\alpha = 0$ ). Para el excedente, se toma como referencia el excedente del equilibrio competitivo.

La Tabla I recoge estos efectos para el caso de un duopolio.

$\alpha$	0	0.05	0.10	0.20	0.40
$p$	2 (100)	2.032 (101.64)	2.064 (103.23)	2.125 (106.25)	2.233 (111.77)
$q$	2 (100)	1.967 (98.36)	1.935 (96.77)	1.875 (93.75)	1.766 (88.23)
$\mu$	0.5 (100)	0.508 (101.61)	0.515 (103.12)	0.529 (105.88)	0.552 (110.53)
$W$	4 (88.88)	3.966 (88.14)	3.933 (87.40)	3.867 (85.93)	3.737 (83.04)

Tabla I:  $n = 2$

Como puede apreciarse, los efectos de la existencia de relaciones cruzadas de propiedad son significativos: si cada empresa tiene una participación del 5% en la propiedad de su competidora, el precio aumenta en un 1.64%. Este porcentaje se incrementa hasta cerca de un 12% cuando la participación es del 40%. El índice de Lerner que en el equilibrio de Cournot ( $\alpha = 0$ ) es 0.5, alcanza un considerable 0.552 (en monopolio, este valor es 0.6) para  $\alpha = 0.4$ . Para este valor de  $\alpha$ , el excedente total se reduce hasta el 83% del excedente competitivo (en monopolio, el excedente es el 75% del excedente competitivo).

La Tabla II recoge los efectos de participaciones cruzadas en un oligopolio con tres empresas.

<sup>7</sup>En este caso simétrico, el mismo para todas las empresas las condiciones supuestas.

$\alpha$	0	0.05	0.10	0.20	0.40
$p$	1.75 (100)	1.804 (103.14)	1.857 (106.12)	1.954 (111.69)	2.125 (121.43)
$q$	2.25 (100)	2.195 (97.56)	2.142 (95.23)	2.045 (90.91)	1.875 (83.33)
$\mu$	0.428 (100)	0.445 (104.06)	0.461 (107.69)	0.488 (113.95)	0.529 (123.53)
$W$	4.218 (93.75)	4.176 (92.80)	4.132 (91.83)	4.044 (89.87)	3.867 (85.93)

Tabla II:  $n = 3$

Los efectos en este caso son sustancialmente mayores, aunque debe tenerse en cuenta que cada valor de  $\alpha$  representa la participación cada empresa en la propiedad del cada una de las otras dos empresas en la industria. En consecuencia, para cada valor de  $\alpha$  la magnitud de las relaciones propiedad cruzadas en la industria es ahora el doble de la que era en el caso del duopolio (es decir,  $\sum_{k \neq i} \theta_{ik} = 2\alpha$ ). Los efectos sobre precios y producción superan en este caso el 3% incluso para participaciones relativamente pequeñas (del 5%), y rebasan el 10% cuando las participaciones cruzadas alcanzan el 20%. Obsérvese que los datos de la columna  $\alpha = 0.4$  no son significativos en este caso, pues con estas relaciones de propiedad cada empresa sólo retiene el 20% de la propiedad (frente al 40% propiedad de las otras empresas), y por tanto no es razonable suponer que retenga su independencia operativa (supuesto implícito en el modelo).

Finalmente la Tabla III recoge estos efectos para un oligopolio con cuatro empresas.

$\alpha$	0	0.05	0.10	0.20
$p$	1.6 (100)	1.669 (103.14)	1.735 (106.12)	1.857 (116.07)
$q$	2.4 (100)	2.330 (97.56)	2.264 (95.23)	2.142 (89.28)
$\mu$	0.375 (100)	0.401 (104.06)	0.423 (107.69)	0.461 (123.06)
$W$	4.32 (96)	4.275 (95.01)	4.229 (93.98)	4.132 (91.83)

Tabla III:  $n = 4$

Los efectos sobre precios y producción superan en este caso el 6% para participaciones del 5%, y el 15% para participaciones del 20% (en este caso omitimos la columna  $\alpha = 0.4$  pues la suma de la participaciones de las empresas superarían el 100%).

La conclusión que se obtiene de estos ejercicios numéricos es clara: *la existencia de relaciones de propiedad cruzadas en una industria implica aumentos significativos del precio y de los márgenes precio-coste marginal, y reducciones apreciables de la producción total y el excedente, incluso cuando estas participaciones no supongan la pérdida de la independencia operativa de las empresas participadas.*

## 5 Medidas de concentración

Generalmente los efectos de la concentración sobre el equilibrio en una industria se estudian exclusivamente atendiendo al número y al tamaño de las empresas en la industria, y sin ninguna referencia a las relaciones de propiedad entre las mismas. Los índices de concentración estándar, como el índice de Herfindahl-Hirschman ( $I_H$ ), el índice de entropía y otros, no tienen en cuenta la existencia de relaciones cruzadas de propiedad en la industria y, por tanto, no detectan el impacto que estas variables puedan tener sobre el equilibrio de mercado.

En teoría de la regulación a menudo se presume que la concentración en una industria está negativamente correlacionada con el excedente total. Como se ha demostrado, sin embargo, la existencia de relaciones cruzadas de propiedad tiene un efecto significativo sobre los precios, la producción y sobre el excedente total, aún cuando no repercuta sobre el grado de concentración de una industria, medido por cualquiera de los índices estándar.

Un examen de las tablas I y II revela que la existencia de relaciones de propiedad cruzadas puede anular el efecto positivo (sobre precios, producción total y excedente) de un aumento del número de empresas: el equilibrio de mercado en un oligopolio donde  $n = 3$  y  $\alpha = .2$  es muy similar al equilibrio de mercado de un duopolio (con  $\alpha = 0$ ). Por consiguiente, sería deseable disponer de índices de concentración que tuviesen en cuenta las relaciones de propiedad entre las empresas de una industria.

El índice de Herfindahl-Hirschman tiene muchas propiedades habituales en los índices económicos, y es quizá el más utilizado en la práctica. Este índice se interpreta como una medida del grado de rentabilidad de la industria. En concreto, cuando la

elasticidad de la demanda es igual a uno,  $I_H$  es proporcional a los beneficios totales de las empresas en la industria. Además, bajo ciertas condiciones el índice de Herfindahl-Hirschman están negativamente relacionado con el excedente total<sup>8</sup>.

Es posible modificar el índice de Herfindahl-Hirschman para incluir las relaciones cruzadas de propiedad, reteniendo sus propiedades. En concreto, el índice que se introduce proporciona una medida del grado de rentabilidad de la industria en las mismas condiciones que el índice estándar, y mantiene una relación negativa con el excedente total. El *índice de Herfindahl-Hirschman corregido*, se define como

$$I_H^* = \sum_{i=1}^n s_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{k \neq i}^n \theta_{ik} s_i s_k.$$

Obsérvese que cuando no existen relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de la industria, es decir, cuando  $\theta_{ik} = 0$  para todo  $i \in \{1, \dots, n\}$  y todo  $k \neq i$ , este índice corregido coincide con el índice estándar.

En el contexto del ejercicio numérico de la sección anterior, dada simetría de la industria, el índice de Herfindahl-Hirschman estándar depende únicamente del número de empresas en la industria,  $n$ .

$$I_H(n) = \sum_{i=1}^n s_i^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n}.$$

En este contexto, el índice de Herfindahl-Hirschman corregido depende del número de empresas en la industria,  $n$ , y de la magnitud de las relaciones de propiedad entre las empresas,  $\alpha$ ,

$$\begin{aligned} I_H^*(n, \theta) &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} + \alpha \sum_{i=1}^n \sum_{k \neq i}^n \frac{1}{n^2} \\ &= \frac{1}{n^2} [n + \alpha(n-1)] \\ &= \frac{1}{n^2} [n(1 + \alpha) - \alpha]. \end{aligned}$$

Obviamente  $I_H(n) = I_H^*(n, 0)$ , de manera que el índice de Herfindahl-Hirschman corregido coincide con el estándar cuando no existen relaciones de propiedad cruzada entre las empresas de la industria.

---

<sup>8</sup>Véase Farrell y Shapiro (1990).

Este índice corregido es creciente con respecto a las relaciones cruzadas de propiedad entre las empresas, además de serlo con respecto a la cuota de mercado de las empresas como el índice estándar, y tiene, por tanto, una interpretación consistente con los resultados obtenidos. Así, un aumento de las participaciones de unas empresas en la propiedad de otras empresas del sector tiene un efecto sobre el grado de concentración de una industria similar a la reducción del número de empresas en la misma.

La siguiente tabla presenta cálculos de los índices de Herfindahl-Hirschman corregido (el índice estándar corresponde al valor  $\alpha = 0$ ) en el contexto del ejercicio numérico descrito en la Sección 4.

$n \setminus \alpha$	0	0.05	0.10	0.20	0.40
2	0.500	0.512	0.525	0.550	0.600
3	0.333	0.344	0.355	0.377	0.422
4	0.250	0.259	0.268	0.287	—

Tabla IV: Índice de Herfindahl-Hirschman corregido

Como puede observarse, *el índice de Herfindahl-Hirschman corregido aumenta sustancialmente a medida que aumentan las participaciones cruzadas de las empresas.*

## 6 Barreras a la entrada

La existencia de relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de una industria tiene también efectos significativos sobre la forma en que las empresas enfrentan la competencia desde un punto de vista dinámico y, en particular, sobre los incentivos a combatir la entrada de competidores potenciales en el sector. La razón es sencilla: la entrada de nuevos competidores en la industria representa una amenaza para una empresa no sólo porque reduce sus beneficios, sino que también reduce los beneficios de las otras empresas en las que ésta tiene participaciones.

En ausencia de relaciones de propiedad cruzadas, la inversión en la creación de barreras a la entrada constituye un bien público para las empresas del sector. Este carácter de bien público atenúa los incentivos a realizar estas inversiones y, puesto que el nivel de barreras a la entrada es el resultado de las decisiones individuales de

las empresas de la industria, conduce a un nivel de inversión total inferior al que sería “óptimo” (es decir, al que maximizaría los beneficios de la industria)<sup>9</sup>.

Para discutir el efecto de la existencia de relaciones de propiedad cruzada sobre los incentivos a la inversión en la creación de barreras a la entrada, consideremos la situación que enfrentan las empresas de una industria que deben decidir la cantidad que desean dedicar a este objetivo de manera independiente y simultánea. Estas inversiones pueden adoptar formas variadas: pueden ser simplemente el resultado de renunciar a unos beneficios mayores a corto plazo (por ejemplo, si se produce más de la que sería óptimo a corto plazo) para evitar que el precio sea tan alto que atraiga la entrada de nuevos competidores, o pueden ser el coste de acuerdos para mantener el precio por debajo del que haría rentable la entrada, o bien pueden ser inversiones en nueva capacidad para dificultar la entrada de competidores potenciales. El modelo, que se plantea con el objetivo limitado de estudiar como se determinan las cantidades que cada empresa dedicaría a esta actividad, hace abstracción de la forma que adopten estas inversiones.

Supongamos que cada empresa  $i \in \{1, \dots, n\}$  decide su inversión en creación de barreras a la entrada,  $x_i \geq 0$ , teniendo en cuenta que el valor presente de los beneficios futuros que esta inversión le reporta vienen expresados por una función creciente, cóncava y diferenciable,  $V_i$ , que depende de la inversión total de la industria en la creación de barreras a la entrada,  $x = \sum_{i=1}^n x_i$ . Supongamos también que  $V_i'(0) < 1$  para algún  $i \in \{1, \dots, n\}$  (en otro caso obtendríamos un equilibrio trivial en el que ninguna empresa invertiría en la creación de barreras a la entrada).

En ausencia de relaciones cruzadas de propiedad cada empresa decide su inversión resolviendo el problema

$$\max_{x_i \in \mathbb{R}_+} V_i(x) - x_i. \quad (B_i)$$

---

<sup>9</sup>Evidentemente, el excedente de los consumidores es menor cuanto mayores sean las barreras a la entrada, pues mayor es el poder de mercado de las empresas y, por consiguiente, el precio. Los argumentos que se esgrimen en esta sección no tienen en cuenta los intereses de los consumidores, pues éstos no intervienen en la determinación del nivel de barreras a la entrada.

El nivel de inversión óptima debe satisfacer la condición

$$V'_i(x) \geq 1. \quad (RB_i)$$

Esta condición debe ser satisfecha con igualdad si la solución requiere invertir una cantidad positiva.

La interpretación de esta condición es clara: la empresa invertirá una cantidad tal que, dada la inversión total de las demás empresas de la industria, invertir una unidad monetaria adicional resulte en un beneficio cuyo valor presente es inferior a una unidad monetaria. A partir de las desigualdades  $(RB_1, \dots, RB_n)$  puede obtenerse la inversión de cada una de la empresas en la industria,  $(x_1^*, \dots, x_n^*)$ .

Supongamos ahora que existen relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de la industria, representadas por el vector  $\theta$ . En este caso, cada empresa decidirá su nivel de inversión teniendo en cuenta que sus inversiones incrementan el beneficio de la propia empresa, y el de los empresas en las que tiene participaciones; es decir, cada empresa decidirá su inversión resolviendo el problema

$$\max_{x_i \in \mathbb{R}_+} (V_i(x) + \sum_{k \neq i} \theta_{ik} V_k(x)) - x_i. \quad (B_i(\theta))$$

En este caso, la inversión óptima debe satisfacer la condición

$$V'_i(x) + \sum_{k \neq i} \theta_{ik} V'_k(x) \geq 1. \quad (RB_i(\theta))$$

Esta condición debe ser satisfecha con igualdad si  $x_i^* > 0$ .

La condición  $RB_i(\theta)$  muestra que la existencia de relaciones cruzadas incrementa los incentivos de la empresa a invertir en la creación de barreras a la entrada: los beneficios de una unidad monetaria destinados a este propósito incluyen ahora no sólo los beneficios futuros de la propia empresa, sino también la proporción de los que obtienen las empresas participadas.

Los efectos de un aumento de la participación de una empresa (cuya inversión en barreras a la entrada es positiva) en la propiedad de otra empresa de la industria pueden estudiarse diferenciando la condición  $RB_i(\theta)$ . Supongamos que la Empresa  $i$ , que invierte  $x_i^* > 0$ , aumenta su participación en la Empresa  $j$ . Diferenciando la



condición  $RB_i(\theta)$

$$(V_i''(x) + \sum_{k \neq i} \theta_{ik} V_k''(x))dx + V_j'(x)d\theta_{ij} = 0. \quad (1)$$

Por tanto

$$\frac{dx}{d\theta_{ij}} = \frac{-(V_i'' + \sum_{k \neq i} \theta_{ik} V_k'')}{V_j'} > 0. \quad (2)$$

La desigualdad anterior es consecuencia de la concavidad de las funciones  $V_k$ ,  $k \in \{1, \dots, n\}$ .

Por consiguiente, *un aumento de la participación de una empresa en otra empresa de la industria se traduce en un aumento de la inversión total en la creación de barreras a la entrada*. Este fenómeno se ilustra en el siguiente ejemplo.

Consideremos un duopolio en el que el beneficio futuro descontado de la inversión en la creación de barreras a la entrada para las empresas 1 y 2 son, respectivamente,  $V_1(x) = \ln x$ , y  $V_2(x) = \frac{4}{3} \ln x$ , y supongamos que inicialmente no existen relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas (es decir,  $\theta_{12} = \theta_{21} = 0$ ). En este caso, en equilibrio la empresas invertirían  $x_1^* = 0$  y  $x_2^* = \frac{4}{3}$ . Así, la adquisición por la Empresa 2 de una proporción  $\theta_{21} > 0$  de la propiedad de la Empresa 1 resulta en un aumento de la inversión total: en el nuevo equilibrio la empresas invertirían  $x_1^* = 0$  y  $x_2^* = \frac{4}{3} + \theta_{21}$ . Conviene observar, sin embargo, que dado el carácter de bien público de las barreras a la entrada en una industria, el efecto “free riding” puede compensar, e incluso anular, el efecto sobre la inversión total. Por ejemplo, si desde la situación inicial ( $\theta_{12} = \theta_{21} = 0$ ) la Empresa 1 adquiere una proporción  $0 < \theta_{12} \leq \frac{1}{4}$  de la Empresa 2, este hecho no tendría impacto alguno sobre la inversión de esta empresa y, por tanto, sobre la inversión total.

## 7 Conclusiones

Los resultados obtenidos muestran que la existencia de relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de una industria tienen efectos anticompetitivos sustanciales. Conviene recordar que el supuesto implícito en este análisis es que las empresas participadas mantienen su independencia operativa, lo que obviamente limita las posibilidades

de coordinación entre las empresas, a pesar de que existan intereses comunes entre las mismas. Es de esperar que la presencia de estos intereses comunes proporcionen oportunidades adicionales a la "cooperación" entre las empresas, oportunidades que el modelo estudiado no tiene en cuenta. Por consiguiente, la magnitud de los efectos obtenidos debe tomarse como una cota inferior, más que como una medida del efecto final, de la existencia de relaciones de propiedad cruzadas entre las empresas de una industria.

Los resultados obtenidos sugieren varias extensiones de interés. El primer lugar, la posibilidad de que una empresa gane el control operativo de otra empresa de la industria con un porcentaje de la propiedad inferior al 100% sugiere la posibilidad de que ésta utilice su control para aumentar sus beneficios en perjuicio de la empresa participada. Esta posibilidad introduce una nueva perspectiva para el análisis de las tomas de control "hostiles", que sería interesante estudiar. En segundo lugar, como se ha discutido en la Sección 6, la existencia de relaciones de propiedad cruzada incentiva la inversión en creación de barreras a la entrada. En la medida en que esta inversión se dedique a la creación de capacidad no utilizada, éstas pueden tener un efecto sobre la capacidad futura de la industria que convendría determinar.

## References

- [1] Delgado, J. y D. Moreno (1999): "Coalition-proof supply function equilibria in oligopoly", Universidad Carlos III, working paper 99-34.
- [2] Farrell, J. y C. Shapiro (1990): "Asset ownership and market structure in oligopoly", *RAND Journal of Economics*, **21**, 275-292.
- [3] Kreps, D., y J. Scheinkman (1983): "Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes", *The Bell Journal of Economics*, **14**, 326-337.
- [4] Malueg, D (1992): "Collusive behavior and partial ownership of rivals", *International Journal of Industrial Organization*, **10**, 27-34.
- [5] Moreno, D. (1999): "Competencia vía funciones de oferta en el mercado español de producción de energía eléctrica", Universidad Carlos III, documento de trabajo 99-10.
- [6] Reynolds, R. y B. Snapp: (1986): "The competitive effects of partial equity interests and joint ventures", *International Journal of Industrial Organization*, **4**, 141-153.
- [7] Salant, S., Switzer S. y Reynolds, R. (1983): "Losses from horizontal merger: the effects of an exogenous change in industry structure on Cournot-Nash Equilibrium", *Quarterly Journal of Economics*, **2**, 185-199.

